

## WORKSHOP 7

*Scuola Secondaria II grado (matematica)***DEFINIZIONI E PUNTI DI VISTA SULLA PROBABILITÀ**

IVAN CASAGLIA

*Liceo Scientifico "Castelnuovo", Firenze***1. Caratteri del percorso didattico sul calcolo delle probabilità**

Il percorso didattico è stato sperimentato in una classe quarta del liceo scientifico (Piano Nazionale Informatica) con l'obiettivo: (I) di avvicinare gli studenti al concetto di probabilità in una prospettiva che tenesse conto della storia del calcolo delle probabilità; (II) di valorizzare il dibattito intorno al significato e all'interpretazione della probabilità che ha accompagnato lo sviluppo della teoria matematica; (III) di mettere a confronto, anche attraverso l'esame di alcuni casi paradossali, le nostre concezioni spontanee intorno alla probabilità, e le decisioni che ne conseguono, con le conclusioni della teoria.

La probabilità, nell'ambito dell'insegnamento matematico, è forse il tema che si presta maggiormente a un approccio di tipo *fenomenologico-induttivo*, proprio per i problemi che ne hanno provocato la nascita e ne hanno promosso lo sviluppo. Ma il modo in cui il calcolo delle probabilità viene proposto nella scuola italiana (*quando* viene proposto, poiché resta molto spesso l'argomento più trascurato dell'insegnamento matematico) è quello di un resoconto di proprietà e risultati da applicare in contesti spesso ristretti (si pensi alle estrazioni di biglie da un'urna). Inoltre, la via privilegiata è quella di una presentazione in forma assiomatico-deduttiva (in modo più o meno esplicito, più o meno rigoroso e chiaro). Anche quando si fanno dei richiami storici è solo per proporre problemi interessanti ma quasi mai per capire come, dall'esame di quei problemi, sia nato e si sia sviluppato il calcolo della probabilità.

In questo senso lo spazio dedicato, ad esempio, al confronto tra le diverse *definizioni* di probabilità è molto limitato: l'argomento è affrontato in modo sbrigativo, sottolineando che le diverse *definizioni* di probabilità non sono altro che *valutazioni* utili in diversi contesti applicativi – una soluzione comoda per sgombrare il campo da ogni possibile perplessità interpretativa, ma del tutto inefficace rispetto alla necessità di far capire davvero cosa significa *valutazione* di una probabilità.

Il percorso che invece ho illustrato nell'ambito di questo workshop attraversa le diverse *definizioni* di probabilità (classica, statistica, soggettiva), indagando le concezioni che le hanno prodotte, per giungere, solo alla fine, ad una definizione assiomatica. Le diverse tappe in cui è articolato il percorso hanno una struttura comune. Lo studio di una *definizione* di probabilità, o quello di una proprietà particolarmente significativa come la legge di Bayes, è aperto dall'esame di uno o più problemi.

I problemi da cui partire possono essere diversi. Nell'ambito della definizione classica, ad esempio, sono quelli incontrati nella lettura di alcuni documenti storici: una lettera di Galileo sul gioco della *zara*, alcuni passi dell'epistolario tra Pascal e Fermat sul problema dell'*arresto*, in cui si manifestano i problemi che hanno provocato la nascita del calcolo delle probabilità. Questo tra l'altro consente agli studenti di rendersi conto direttamente di un fatto molto importante e cioè che, anche nella matematica, i problemi nascono prima delle teorie, e consente anche di vedere come si possano affrontare problemi significativi sulla probabilità senza una nozione esplicita di probabilità! In altri casi, come ad esempio nella scoperta della legge di Bayes, l'attività parte dallo studio di un esempio nel quale la nostra intuizione può condurre a trarre conclusioni sorprendentemente errate. Si tratta del cosiddetto *sofisma del giurato* (tratto da M. Piattelli Palmarini, *L'illusione di sapere*) nel quale, sulla base di certe informazioni, si chiede di stimare la probabilità che l'imputato di un processo sia effettivamente colpevole. Le stime spontanee sono diverse, e nella maggior parte dei casi, molto lontane dal vero. Sorge quindi l'esigenza di passare da queste stime qualitative al calcolo effettivo ed è in questa fase che gli studenti possono essere guidati a scoprire, in modo autonomo la legge di Bayes che permette quel calcolo, consente di smentire le stime iniziali e poi potrà essere utilizzata nell'esame di molti altri problemi interessanti.

Una volta formulata una delle possibili *definizioni* di probabilità, se ne studiano le proprietà e se ne apprezzano le possibili applicazioni, fino a incontrare situazioni che quella *definizione* non è in grado di descrivere, problemi che non è in grado di risolvere e che impongono una sua correzione o il suo superamento.

Il passaggio conclusivo alla definizione assiomatica di probabilità è reso possibile dalla constatazione che le proprietà formali della probabilità sono le stesse nelle diverse *definizioni* e, soprattutto, dall'aver maturato la convinzione, con lo studio della probabilità soggettiva, che siano possibili diverse (e coerenti) valutazioni della probabilità.

## 2. Considerazioni sul piano metodologico

Il percorso è stato progettato e realizzato con l'obiettivo di far partecipare gli studenti al processo di costruzione di un concetto articolato di probabilità. Ogni tappa del percorso, perciò, è partita dall'esplorazione di problemi e ogni studente, sollecitato dalla formulazione di precise domande, è stato impegnato nella registrazione delle proprie riflessioni, nel confronto argomentato con il punto di vista degli altri compagni e dell'insegnante, per approdare infine alla formulazione di una sintesi comune.

Si è già fatto riferimento alle nostre intuizioni intorno alla probabilità. Un insegnamento scientifico che si proponga di realizzare apprendimenti duraturi e consapevoli non può non tenere conto di queste concezioni.

Il ricorso al confronto tra i comportamenti spontanei di fronte all'incertezza e ciò che lo studio della probabilità suggerisce, si è rivelato uno strumento utile dal punto di vista didattico. L'esame dei dilemmi e dei paradossi che scaturiscono dal confronto hanno permesso infatti, agli studenti di scoprire che la probabilità coinvolge qualcosa

di 'personale': qualcosa che ha a che fare col proprio modo di vedere e di comportarsi di fronte all'incertezza.

Il percorso è stato svolto in ambito prevalentemente matematico, ma ciò non ha impedito di coinvolgere altri insegnanti (e altri insegnamenti) nella riflessione sul significato della probabilità e sulla sua portata concettuale. Quelle che nel percorso sono state indicate come *finestre* hanno costituito momenti di arricchimento e di approfondimento sui temi trattati, favorendo la consapevolezza del ruolo che la probabilità ha assunto anche in altri contesti conoscitivi.

## WORKSHOP 7 – SINTESI DEI LAVORI

ALBERTO PERUZZI

*Comitato scientifico di Pianeta Galileo*

Il workshop relativo alla matematica è partito da un'esperienza didattica condotta da Ivan Casaglia ed esposta nella relazione d'apertura. Casaglia ha dato un esempio di come fare una lezione sulla probabilità e ha accompagnato la ricostruzione dell'esperienza con una riflessione sulle motivazioni e sui risultati. Così facendo, è stato colto pienamente lo spirito di queste *Prove d'orchestra*.

Casaglia ha illustrato in maniera molto chiara le linee-guida di un *pregevole* progetto di didattica innovativa concernente l'introduzione del calcolo delle probabilità nel curriculum della scuola media superiore (ora secondaria di secondo grado ... e fra poco avremo la ridenominazione dell'università come terziaria di primo grado, o secondaria di terzo grado, o primaria di quarto). Un progetto è pregevole non perché innovativo, ma piuttosto varrà la pena considerarlo "innovativo" perché è pregevole – e il valore del progetto portato avanti da Casaglia è stato ampiamente riconosciuto nel workshop. Una memoria al riguardo, redatta dallo stesso Casaglia, era stata messa a disposizione dei partecipanti al workshop ed è tuttora accessibile visitando il sito del CIDI. Il testo in questione s'intitola "Pensare e misurare l'incertezza. Un approccio narrativo a definizioni e punti di vista sulla probabilità" e vi si possono trovare descritte in dettaglio le varie fasi in cui si è articolato il progetto didattico.

Dopo aver spiegato le caratteristiche dell'esperienza, sono stati resi espliciti da parte di Casaglia i principi metodologici che l'hanno guidata. Nel corso dei lavori del workshop i partecipanti si sono soffermati sul contenuto specifico di vari temi che confluono nell'esperienza didattica (limiti, algebra di Boole, concetto di infinito, ecc.) sulla difficoltà di alcuni passaggi, sui problemi proposti agli studenti. Si è infine aperta un'ampia discussione sugli aspetti metodologici e sulle esigenze curriculari dell'insegnamento della matematica nella scuola secondaria superiore. A questa discussione hanno partecipato in maniera vivace e propositiva tutti quanti i numerosi docenti di matematica iscritti al workshop.

Accanto all'apprezzamento generale nei confronti dell'esperienza svolta da Casaglia, della sua strategia e dei risultati da essa conseguiti, sono stati manifestati dubbi sulla possibilità, in concreto, di ripetere esperienze simili nei normali curricula degli istituti d'istruzione superiore. I vincoli costituiti dall'ampiezza dei programmi ministeriali e dagli argomenti che poi, presumibilmente, saranno oggetto della prova d'esame di maturità sembrano, a parere di molti docenti di matematica, un ostacolo insormontabile a questa e ad altre analoghe esperienze didattiche che, per essere efficaci, hanno bisogno di molte ore di lezione e di una notevole quantità di tempo che gli studenti devono dedicare alla soluzione dei problemi, proposti non come esercizio accessorio.

D'altra parte, i presenti sono stati d'accordo che un'esperienza di tale qualità non si può accantonare in nome dei suddetti vincoli. Sono stati allora avanzati suggerimenti circa la possibilità di ridurre la gamma dei contenuti da trattare e, oltre a segnalare l'esigenza di colmare una serie di lacune nelle conoscenze matematiche degli studenti, affinché si possa affrontare l'argomento, i partecipanti al workshop hanno collaborato nell'individuazione dei presupposti, ovvero dei concetti indispensabili che dovrebbero già esser stati acquisiti per iniziare un efficace percorso didattico sul calcolo delle probabilità. Alcuni hanno osservato che un simile percorso potrebbe anche costituire un modo alternativo per acquisire quei presupposti. Questa mi sembra una considerazione particolarmente interessante: l'idea è che la probabilità aiuti a capire concetti che in senso stretto non hanno a che fare con la probabilità.

Dalla discussione è emersa anche una concorde opinione dei docenti su tre punti di carattere più generale: 1) l'utilità di inserire riferimenti storici nella presentazione di argomenti e risultati matematici e scientifici, in questo caso relativi alla probabilità, evitando l'effetto "medaglione" (e ciò per illustrare sia il contrasto fra concezioni ingenuie e non-ingenuie sia il divenire delle conoscenze a partire da problemi), 2) l'utilità di momenti di riflessione sui concetti di fondo e sul senso dei principi (il caso della probabilità è, in questo senso, paradigmatico), e infine 3) l'utilità di collegare direttamente i due punti precedenti all'attività di soluzione di problemi. Del resto, una delle idee-guida dell'esperienza era proprio quella di partire dai problemi per arrivare alla teoria, invece di fare l'inverso – con le soluzioni in appendice al manuale ... Da ultimo sono stati fatti anche alcuni esempi di argomenti, relativi all'algebra, all'analisi, alla teoria degli insiemi e alla geometria, nella trattazione dei quali un approccio come quello sviluppato da Casaglia potrebbe risultare proficuo.